الحساب الحرفي - المتطابقات الهامة

نشـــاط 1 :

1) بسط التعابير التالية :

$A = 2x + 3x$; $B = -5 + 6x - 2 - 2x + 7$; $C = 5x - x$

$D = -2 \times (-7x)$; $E = 4x \times 3y$; $F = -x \times x^2$; $G = (5x)^2$; $H = (-3x)^2$

2) هل المتساويات التالية صحيحة ؟

$\boxed{1}\ 3x^2 = (3x)^2$; $\boxed{2}\ x^2 = 2x$; $\boxed{3}\ 8x - 3 = 5x$; $\boxed{4}\ 2x^2 + 9x = 11x^3$

1) قواعد النشر والتعميل :

قـــاعدة : $a;b;c$ أعداد حقيقية ، لدينا :

$a \times (b+c) = a \times b + a \times c$; $a(b-c) = ab - ac$

ملاحظة : يمكن تعويض : $3x$ ب $3 \times x$ و ab ب $a \times b$

ولا يمكن تعويض : 3×4 ب 34

أ) المرور من $a \times (b+c)$ إلى $a \times b + a \times c$ يسمى عملية النشر :

مثال : أنشر مايلي :

$$A = -2(3x + y) = -2 \times 3x + (-2) \times y = -6x - 2y$$

$$B = 3(x - 3y) = 3 \times x - 3 \times 3y = 3x - 9y$$

ب) المرور من $a \times b + a \times c$ إلى $a \times (b+c)$ يسمى عملية التعميل :

مثال : عمل مايلي :

$$A = 15a + 20 = 5 \times 3a + 5 \times 4 = 5(3a + 4)$$

$$B = 3x - 18 = 3 \times x - 3 \times 6 = 3(x - 6)$$

نتيجة : a ; b ; c ; d أعداد حقيقية. لدينا :

$$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

مثال :

أنشر مايلي :

$$A = (2-x)(3x+1)$$
$$= 2(3x+1) - x(3x+1)$$
$$= 6x + 2 - 3x^2 - x$$
$$= -3x^2 + 6x - x + 2$$
$$= -3x^2 + 5x + 2$$

$$B = (-4x-5)(-3+x)$$
$$= -4x(-3+x) - 5(-3+x)$$
$$= 12x - 4x^2 + 15 - 5x$$
$$= -4x^2 + 7x + 15$$

تمريـــــن 1 : أنشر ثم بسط :

$A = 2(-x+1)$; $B = -3(x-2)$; $C = 4(2x-5) - 6(x+3)$

$D = 2x(x-1) + 4x(x+7)$; $E = \frac{11}{4}x(8x-10)$; $F = (x+9)(3-2x)$

$G = (3y-5)(-10+y)$; $H = (2x-1)(x^2+3)$

$I = 3x(x+1) + (5+x)(x-2)$; $J = (x+2)(8+3x) - 2(1-x)(x-7)$

حل التمرين 1 :

$$A = 2(-x+1)$$
$$= 2\times(-x) + 2\times 1$$
$$\boxed{A = -2x+2}$$

$$B = -3(x-2)$$
$$= -3\times x - (-3)\times 2$$
$$\boxed{B = -3x+6}$$

$$C = 4(2x-5) - 6(x+3)$$
$$= 4\times 2x - 4\times 5 - 6\times x + (-6)\times 3$$
$$= 8x - 20 - 6x - 18$$
$$\boxed{C = 2x - 38}$$

$$D = 2x(x-1) + 4x(x+7)$$
$$= 2x\times x - 2x\times 1 + 4x\times x + 4x\times 7$$
$$= 2x^2 - 2x + 4x^2 + 28x$$
$$\boxed{D = 6x^2 + 26x}$$

$$E = \frac{11}{4}x(8x-10)$$
$$= \frac{11}{4}x\times 8x - \frac{11}{4}x\times 10$$
$$\boxed{E = 22x^2 - \frac{55}{2}x}$$

$$F = (x+9)(3-2x)$$
$$= x(3-2x) + 9(3-2x)$$
$$= 3x - 2x^2 + 27 - 18x$$
$$\boxed{F = -2x^2 - 15x + 27}$$

$$G = (3y-5)(-10+y)$$
$$= 3y(-10+y) - 5(-10+y)$$
$$= -30y + 3y^2 + 50 - 5y$$
$$\boxed{G = 3y^2 - 35y + 50}$$

$$H = (2x-1)(x^2+3)$$
$$= 2x(x^2+3) - 1(x^2+3)$$
$$= 2x^3 + 6x - x^2 - 3$$
$$\boxed{H = 2x^3 - x^2 + 6x - 3}$$

$$I = 3x(x+1) + (5+x)(x-2)$$
$$= 3x^2 + 3x + 5x - 10 + x^2 - 2x$$
$$\boxed{I = 4x^2 + 6x - 10}$$

$$J = (x+2)(8+3x) - 2(1-x)(x-7) = 8x + 3x^2 + 16 + 6x - 2\left[x - 7 - x^2 + 7x\right]$$
$$= 8x^2 + 14x + 16 - 2x + 14 + x^2 - 14$$
$$\boxed{J = 9x^2 + -2x + 30}$$

تمرين 2 : حدد العامل المشترك ثم عمل:

$A=5x^3+2x^2+10x$; $B=5(x-2)-8x(x-2)$; $C=2x^2+3x$; $D=27x^2-27x$

$E=9x(x-3)+9x(10+2x)$; $F=(2x+1)(8+x)-(3x-1)(2x+1)$

$G=10x^2-5x+15$; $H=(11x-3)^2+(11x-3)(5+9x)$

حل التمرين 2 :

$A=5x^3+2x^2+10x$
$\boxed{A=x(5x^2+2x+10)}$

$B=5(x-2)-8x(x-2)$
$\boxed{B=(x-2)(5-8x)}$

$C=2x^2+3x$
$\boxed{C=x(2x+3)}$

$D=27x^2-27x$
$\boxed{D=27x(x-1)}$

$E=9x(x-3)+9x(10+2x)$
$=9x[(x-3)+(10+2x)]$
$=9x(x+3+10+2x)$
$\boxed{E=9x(3x+13)}$

$F=(2x+1)(8+x)-(3x-1)(2x+1)$
$=(2x+1)[(8+x)-(2x+1)]$
$=(2x+1)(8+x-2x-1)$
$\boxed{F=(2x+1)(-x+7)}$

$G=10x^2-5x+15$
$\boxed{G=5(2x^2-x+3)}$

$H=(11x-3)^2+(11x-3)(5+9x)=(11x-3)[(11x-3)+(5+9x)]$
$=(11x-3)(11x-3+5+9x)=\boxed{(11x-3)(20x+2)}$

نشاط 2 : أحسب وبسط :

$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=.....$
$(a-b)^2=(a-b)(a-b)=.....$
$(a+b)(a-b)=.....$

2) المتطابقات الهامة:

قواعد:

مربع مجموع : $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

مربع فرق : $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

فرق مربعين : $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

أمثلة

أ) المتطابقات الهامة والنشر :

$A=(3x+4)^2$
$=(3x)^2+2\times3x\times4+4^2$
$=9x^2+24x+16$

$B=(5-7x)^2$
$=5^2-2\times5\times7x+(7x)^2$
$=25-70x+49x^2$

$C=(2+3x)(2-3x)$
$=2^2-(3x)^2$
$=4-9x^2$

ب) المتطابقات الهامة والتعميل :

$$A = 25x^2 + 30x + 9 = (5x)^2 + 2\times 5x\times 3 + 3^2 = (5x+3)^2$$

$$B = 16 - 56x + 49x^2 = 4^2 - 2\times 4\times 7x + (7x)^2 = (4-7x)^2$$

$$C = 144x^2 - 4 = (12x)^2 - 2^2 = (12x-2)(12x+2)$$

تمرين 3 : أنشر ثم بسط :

$A = (x+6)^2$; $B = (5x+4)^2$; $C = (3-x)^2$; $D = (2x-5)^2$

$E = (4y-1)^2$; $F = (x-2)(x+2)$; $G = (3x+5)(3x-5)$

$H = (4x+1)(4x-1) - (3x+2)^2$; $I = (3x+4)^2 - (1-2x)(6+x)$

حل تمرين 3 :

$$A = (x+6)^2 = x^2 + 2\times x\times 6 + 6^2 \quad \boxed{A = x^2 + 12x + 36}$$

$$B = (5x+4)^2 = (5x)^2 + 2\times 5x\times 4 + 4^2 \quad \boxed{B = 25x^2 + 40x + 16}$$

$$C = (3-x)^2 = 3^2 - 2\times 3\times x + x^2 \quad \boxed{C = 9 - 6x + x^2}$$

$$D = (2x-5)^2 = (2x)^2 - 2\times 2x\times 5 + 5^2 \quad \boxed{C = 4x^2 - 20x + 25}$$

$$E = (4y-1)^2 = (4y)^2 - 2\times 4y\times 1 + 1^2 \quad \boxed{F = 16y^2 - 8y + 1}$$

$$F = (x-2)(x+2) = x^2 - 2^2 \quad \boxed{F = x^2 - 4}$$

$$G = (3x+5)(3x-5) = (3x)^2 - 5^2 = 9x^2 - 5^2 \quad \boxed{G = 9x^2 - 25}$$

$$H = (4x+1)(4x-1) - (3x+2)^2 = (4x)^2 - 1^2 - \left[(3x)^2 + 2\times 3x\times 2 + 2^2\right] = 16x^2 - 1 - \left[9x^2 + 24x + 4\right] = 16x^2 - 1 - 9x^2 - 24x - 4 \quad \boxed{H = 7x^2 - 24x - 5}$$

$$I = (3x+4)^2 - (1-2x)(6+x) = (3x)^2 + 2\times 3x\times 4 + 4^2 - \left[6 + x - 12x - 2x^2\right] = 9x^2 + 24x + 16 - 6 - x + 12x + 2x^2 = \boxed{11x^2 + 35x + 10}$$

تمرين 4 : عمل:

$A = x^2 + 10x + 25$; $B = 9x^2 + 12x + 4$; $C = \pi^2 - 10\pi + 25$

$D = 4x^2 - 4xy + y^2$; $E = x^2 - 16$; $F = 1 - y^2$

$G = 100x^2 - 9$; $H = (x+3)^2 - 16$

حل تمرين 4 :

$$A = x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2\times x\times 5 + 5^2 \quad \boxed{A = (x+5)^2}$$

$$B = 9x^2 + 12x + 4 = (3x)^2 + 2\times 3x\times 2 + 2^2 \quad \boxed{B = (3x+2)^2}$$

$$C = \pi^2 - 10\pi + 25 = \pi^2 - 2\times\pi\times 5 + 5^2 \quad \boxed{C = (\pi-5)^2}$$

$D=4x^2-4xy+y^2$
$=(2x)^2-2\times 2x\times y+y^2$
$\boxed{D=(2x-y)^2}$

$E=x^2-16$
$=x^2-4^2$
$\boxed{E=(x-2)(x+2)}$

$F=1-y^2$
$=1^2-y^2$
$\boxed{F=(1-y)(1+y)}$

$G=100x^2-9$
$=(10x)^2-3^2$
$\boxed{G=(10x-3)(10x+3)}$

$H=(x+3)^2-16$
$=(x+3)^2-4^2$
$\boxed{H=[(x+3)-4][(x+3)+4]}$

تمرين 5 : أنشر ثم بسط :

$A=\left(x-\frac{1}{5}\right)^2$; $B=\left(4x+\frac{3}{8}\right)^2$; $C=\left(\frac{2}{3}x+5\right)\left(\frac{2}{3}x-5\right)$

حل تمرين 5:

$A=\left(x-\frac{1}{5}\right)^2$
$=x^2-2\times x\times\frac{1}{5}+\left(\frac{1}{5}\right)^2$
$\boxed{A=x^2-\frac{2}{5}x+\frac{1}{25}}$

$B=\left(4x+\frac{3}{8}\right)^2$
$=(4x)^2+2\times 4x\times\frac{3}{8}+\left(\frac{2}{8}\right)^2$
$\boxed{B=16x^2+3x+\frac{1}{16}}$

$C=\left(\frac{2}{3}x+5\right)\left(\frac{2}{3}x-5\right)$
$=\left(\frac{2}{3}x\right)^2-5^2$
$\boxed{C=\frac{4}{9}x^2-25}$

تمرين 6 : أحسب ذهنيا :

$A=105^2-95^2$; $B=2003^2-1003^2$

حل تمرين 6:

$A=105^2-95^2$
$=(105-95)(105+95)=10\times 200$
$\boxed{A=2000}$

$B=2003^2-1003^2$
$=(2003-1003)(2003+1003)$
$=1000\times 3006=\boxed{3006000}$

تمرين 7 : نعتبر التعبير التالي : $E=(3x-5)^2-(3x-5)(x+5)$

1) أنشر ثم بسط التعبير E .
2) عمل E
3) أحسب E إذا كان $x=1$.

حل تمرين 7 :

1) $E=(3x-5)^2-(3x-5)(x+5)=(3x)^2-2\times 3x\times 5+5^2-(3x^2+15x-5x-25)$
$=9x^2-30x+25-3x^2-15x+5x+25$ $\boxed{=6x^2-40x+50}$

2) $E=(3x-5)^2-(3x-5)(x+5)=(3x-5)[(3x-5)-(x+5)]$
$=(3x-5)(3x-5-x-5)=\boxed{(3x-5)(2x-10)}$

3) إذا كان $x=1$ فإن : $E=(3\times 1-5)(2\times 1-10)=(3-5)(2-10)=-2\times(-8)=\boxed{16}$